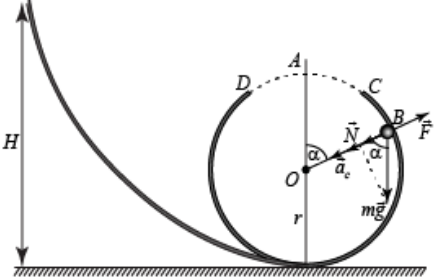
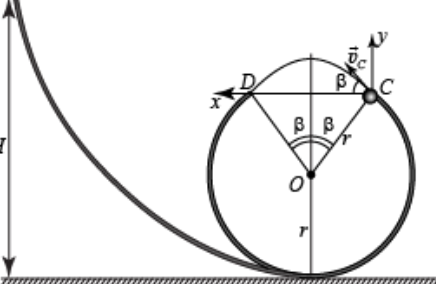


**Problema 10.2**

	<b>Soluție</b>	<b>Punctaj</b>	
<b>a)</b>	<p>Pentru înțelegerea faptului că bila va ajunge vârful A al buclei circulare, atunci când forța de greutate va fi egală cu forța centripetă <math>mg = \frac{mv_A^2}{r} \Rightarrow v_A = \sqrt{gr}</math> <b>(0.5 p.)</b></p> <p>Pentru legea conservării energiei în punctul inițial la înălțimea H și în cel final A:  <math>mgH = mg \cdot 2r + \frac{mv_A^2}{2}</math> <b>(0.5 p.)</b> <math>gH = 2gr + \frac{gr}{2} \Rightarrow H = 2,5r</math> (1) <b>(0.5 p.)</b></p>	<b>1.5 p.</b>	
<b>b)</b>	<p>Pentru observarea că forța F cu care bila apasă asupra canelurii este egală în modul cu forța de reacțiune normală N <b>(0.5 p.)</b>                      Pentru legea a doua a lui Newton proiectată pe direcția accelerației centripete:  <math>N + mg \cos \alpha = ma_c</math> sau <math>F = m \frac{v_B^2}{r} - mg \cos \alpha</math> (2) <b>(0.5 p.)</b></p> <p>Pentru aplicarea legii conservării energiei în punctul inițial la înălțimea H și în cel final B:  <math>mgH = mg \cdot (r + r \cos \alpha) + \frac{mv_B^2}{2}</math> <b>(0.5 p.)</b></p> <p>Pentru determinarea vitezei bilei în punctul B al canelurii folosind (1):  <math>5gr = 2gr(1 + \cos \alpha) + v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = (3 - 2 \cos \alpha)gr</math> (3) <b>(1.0 p.)</b></p> <p>Pentru obținerea din (2) și (3) a expresiei forței F cu care bila apasă asupra canelurii:  <math>F = m \frac{(3 - 2 \cos \alpha)gr}{r} - mg \cos \alpha = 3mg(1 - \cos \alpha)</math> <b>(0.5 p.)</b></p>		<b>3.0 p.</b>
<b>c)</b>	<p>Pentru ecuațiile proiecțiilor vitezei în cazul mișcării bilei pe traiectoria parabolică:  <math>v_x = v_{0,x} = v_C \cos \beta</math> (4) <b>(0.5 p.)</b>  <math>v_y = v_{0,y} - gt = v_C \sin \beta - gt</math> (5) <b>(0.5 p.)</b></p> <p>Pentru determinarea din (5) a timpului de zbor:  <math>t_z = 2 \cdot \frac{v_C \sin \beta}{g}</math> (6) <b>(0.5 p.)</b></p> <p>Pentru observarea că distanța <math>s = CD</math> este parcursă în timpul de zbor al bilei prin aer pe traiectoria parabolică și determinarea vitezei inițiale a bilei în punctul C folosind relațiile (4) și (6):  <math>s = v_x t_z \Rightarrow 2r \sin \beta = v_C \cos \beta \frac{2v_C \sin \beta}{g} \Rightarrow v_C^2 = \frac{gr}{\cos \beta}</math> (7) <b>(1.0 p.)</b></p> <p>Pentru aplicarea legii conservării energiei în punctul inițial la înălțimea H și în cel final C folosind expresia (7):  <math>mgH = mgr \cdot (1 + \cos \beta) + \frac{mv_C^2}{2} \Rightarrow H = r \cdot (1 + \cos \beta) + \frac{r}{2 \cos \beta}</math> <b>(0.5 p.)</b>  <math>2 \cos^2 \beta - 2 \left( \frac{H}{r} - 1 \right) \cos \beta + 1 = 0</math> (8) <b>(0.5 p.)</b></p> <p>Pentru obținerea soluției ecuației (8): <math>\cos \beta = \frac{1}{2}(b-1) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(b-1)^2 - 2}</math>, <math>b = \frac{H}{r}</math> (9) <b>(0.5 p.)</b></p> <p>Pentru obținerea din (9) a sistemului de inegalități:  <math display="block">\begin{cases} (b-1)^2 - 2 \geq 0, \\ 0 \leq (b-1) + \sqrt{(b-1)^2 - 2} \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \geq \sqrt{2} + 1, \\ 0 \leq b \leq 2,5 \end{cases} \quad \sqrt{2} + 1 \leq b \leq 2,5</math> (10) <b>(1.0 p.)</b></p> <p>Pentru obținerea din (10) a înălțimilor minimă și maximă de la care trebuie eliberată bila pentru ca ea să-și continue mișcarea pe canelură:  <math>H_{\min} = (\sqrt{2} + 1)r</math> <math>H_{\max} = 2,5r</math>; <b>(0.5 p.)</b></p>		<b>5.5 p.</b>
	<b>Total max</b>	<b>10.0 p.</b>	